TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Professur Wissensbasierte Systeme

Prof. Dr. Markus Krötzsch Dr. Stephan Mennicke

Übungen zur Lehrveranstaltung

Theoretische Informatik und Logik

Sommersemester 2024

7. Übungsblatt

Woche vom 3. bis 9. Juni

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe M

Wir betrachten folgende Position im Tic-Tac-Toe:

$$\begin{array}{c|c|c} \mathsf{X} & & \\ \hline & \mathsf{O} & \\ \hline \mathsf{O} & & \mathsf{X} \end{array}$$

Angenommen, Spieler X ist am Zug. Beschreiben Sie eine Gewinnstrategie für X.

Aufgabe N

Zeigen Sie, dass für jedes PSpace-vollständige Problem $\mathbf{L}$ auch das Komplement $\overline{\mathbf{L}}$ ein PSpace-vollständiges Problem ist.

Aufgabe O

Zeigen Sie: ist $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, dann sind alle Sprachen $\mathbf{L} \in \mathrm{P} \setminus \{\emptyset, \Sigma^*\}$ NP-vollständig.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass das Wortproblem für linear beschränkte Turingmaschinen (LBA)

$$\mathbf{P}_{\mathsf{LBA}} := \{\, \mathsf{enc}(\mathcal{M})\#\#\mathsf{enc}(w) \mid \mathcal{M} \text{ ist ein LBA, der } w \text{ akzeptiert} \,\}.$$

ein PSpace-vollständiges Problem ist.

Zur Erinnerung (aus Formale Systeme): Ein linear beschränkte Turingmaschine (linear bounded automaton, LBA) ist eine nichtdeterministische Turingmaschine, die den Lese-/Schreibkopf nicht über das letzte Eingabezeichen hinaus bewegen kann. Versucht sie das, so bleibt der Kopf stattdessen an der letzten Bandstelle stehen.

Aufgabe 2

Begründen Sie folgende Aussagen:

a) Ist $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, dann ist $\mathrm{NP} = \mathrm{coNP}$.

b) Ist $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$, dann gilt $\mathrm{P} \neq \mathrm{coNP}$, $\mathrm{L} \neq \mathrm{NP}$ und $\mathrm{P} \neq \mathrm{PSpace}$.

Aufgabe 3

Wir betrachten folgendes Scheduling-Problem: Gegeben sind Prüfungen $P_1, \dots, P_k$ und Studierende $S_1, \dots, S_\ell$, so dass jede Prüfung von einer bestimmten Menge von Studierenden abgelegt wird. Die Aufgabe ist, die Prüfungen so in Zeitslots zu legen, dass niemand zwei Prüfungen im selben Zeitslot ablegen muss. Formalisieren Sie die Frage, ob solch ein Prüfungsplan mit höchstens h Zeitslots möglich ist, als eine formale Sprache und zeigen Sie, dass diese NP-vollständig ist. Nutzen Sie dazu die Tatsache, dass Färbbarkeit von Graphen NP-vollständig ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist: Gegeben eine Turing-Maschine $\mathcal{M}$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$, ist $\mathcal{M}$ eine $\mathcal{O}(n^k)$-zeitbeschränkte Turing-Maschine?