



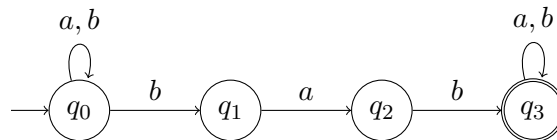
## Formale Systeme

### 9. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

#### Aufgabe zur Selbstkontrolle

S17) Gegeben ist der folgende NFA  $\mathcal{M}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_3\})$  mit  $\delta$ :



- Berechnen Sie mithilfe des *Arden*-Lemmas einen regulären Ausdruck  $\alpha$  mit  $L(\mathcal{M}_1) = L(\alpha)$ .
- Geben Sie einen DFA  $\overline{\mathcal{M}_2}$  an, der das Komplement von  $L$  akzeptiert, indem Sie aus  $\mathcal{M}_1$  einen DFA  $\mathcal{M}_2$  für  $L$  und aus  $\mathcal{M}_2$  anschließend den Komplementautomaten  $\overline{\mathcal{M}_2}$  bilden.

S18) a) Gegeben sind die folgenden Grammatiken  $G_i$  mit  $1 \leq i \leq 4$ :

- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow a\}, S)$
- $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow SbS, S \rightarrow a\}, S)$
- $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, aS \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}, S)$
- $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, A \rightarrow b\}, S)$

Geben Sie für jede Grammatik  $G_i$  den maximalen Chomsky-Typ  $j$  an. Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben sind die folgenden Sprachen  $L_i$  mit  $1 \leq i \leq 4$ :

- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$
- $L_4 = L(\{a\} \circ \{a\}^* \circ \{b\} \circ \{b\}^*) \setminus L_3$

Geben Sie für jede Sprache  $L_i$  den maximalen Chomsky-Typ  $j$  an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

### Aufgabe 1

Gegeben sei die Sprache  $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , wobei  $|w|_a$  der Anzahl der Vorkommen von  $a$  in  $w$  entspricht.

- Entwerfen Sie einen Kellerautomaten  $\mathcal{M}$  mit  $L(\mathcal{M}) = L$ , der mittels Finalzustand akzeptiert.
- Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?
- Wann ist eine Sprache deterministisch kontextfrei? Ist  $L$  deterministisch kontextfrei?

### Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.
- Mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen kann bewiesen werden, dass eine Sprache  $L$  kontextfrei ist.
- Für eine beliebige Sprache  $L$  gilt:  $L$  ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl  $n_0 \geq 1$  gibt, so dass sich jedes Wort  $w \in L$  mit  $|w| \geq n_0$  zerlegen lässt in  $w = xyz$  mit  $y \neq \varepsilon, xy^kz \in L$  für alle  $k \geq 0$ .

### Aufgabe 3

Sei  $\Sigma := \{a, b, c\}$ . Entwerfen Sie einen (nichtdeterministischen) PDA  $\mathcal{M}_\varepsilon$  mit Akzeptanz durch leeren Keller, dessen akzeptierte Sprache  $L_\varepsilon(\mathcal{M}_\varepsilon)$  mit der Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$$

übereinstimmt, und begründen Sie die Korrektheit. Hierbei bezeichnet  $w^R$  das Wort  $w$  in umgekehrter Zeichenfolge. Transformieren Sie  $\mathcal{M}_\varepsilon$  in einen äquivalenten (nichtdeterministischen) PDA  $\mathcal{M}_F$  mit Akzeptanz über Endzustände. Geben Sie jeweils einen akzeptierenden Lauf von  $\mathcal{M}_\varepsilon$  und  $\mathcal{M}_F$  für die Wörter  $ababa$  und  $abba$  an.

### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{w\$w^R : w \in \{a, b\}^*\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, \$\}$  deterministisch kontextfrei ist. Hierbei bezeichnet  $w^R$  erneut das Wort  $w$  in umgekehrter Zeichenfolge.