



Übungen zur Lehrveranstaltung

## Formale Systeme

Wintersemester 2021/22

### 4. Übungsblatt

Woche vom 8. bis 12. November 2021

#### Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S7) Beweisen Sie Behauptung ♠ aus Vorlesung 8:

Sei  $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  ein totaler DFA und  $Q/\sim$  der Quotient von  $Q$ . Dann folgt für jedes  $q, p \in Q$  aus  $[q]_{\sim} = [p]_{\sim}$  stets:

$$q \in F \text{ gdw. } p \in F.$$

S8) Beweisen Sie Lemma ♥ aus Vorlesung 8:

Sei  $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  ein totaler DFA und  $\mathcal{M}/\sim = \langle Q/\sim, \Sigma, \delta_{\sim}, [q_0]_{\sim}, F/\sim \rangle$  der zugehörige Quotientenautomat. Dann gilt für beliebige  $q \in Q$  und  $w \in \Sigma^*$ :

$$[\delta(q, w)]_{\sim} = \delta_{\sim}([q]_{\sim}, w).$$

Hinweis: Induktion über  $|w|$ .

#### Aufgabe 1

Gegeben sind das Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  und die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und} \\ \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv \text{ und} \\ \text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au\}.$$

Geben Sie für  $L$  einen regulären Ausdruck  $r$  mit  $L = L(r)$  an.

#### Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke  $r, s$  und  $t$  ( $r \equiv s$  bedeutet  $L(r) = L(s)$ ):

a)  $r \mid s \equiv s \mid r$

- b)  $(r \mid s) \mid t \equiv r \mid (s \mid t)$
- c)  $(rs)t \equiv r(st)$
- d)  $r(s \mid t) \equiv rs \mid rt$
- e)  $\emptyset^* \equiv \varepsilon$
- f)  $(r^*)^* \equiv r^*$
- g)  $r^* \equiv rr^* \mid \varepsilon$
- h)  $(\varepsilon \mid r)^* \equiv r^*$

### Aufgabe 3

Geben Sie zu jedem der regulären Ausdrücke  $r_i$  einen NFA  $\mathcal{M}_i$  mit  $L(\mathcal{M}_i) = L(r_i)$  an.

- a)  $r_1 = (ab)^*$
- b)  $r_2 = a(b \mid c)a^* \mid a^*$

Wenden Sie dabei jeweils den *kompositionellen Ansatz* sowie den *expliziten Ansatz zur Konstruktion von NFAs* aus der Vorlesung an.

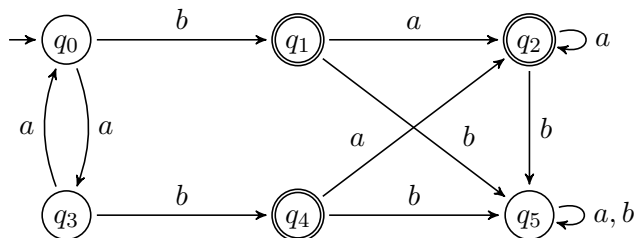
### Aufgabe 4

Entwickeln Sie für die Sprache  $L$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  einen regulären Ausdruck  $r$  mit  $L = L(r)$ . Für alle Wörter  $w \in L$  gilt:

- $w$  enthält  $aaa$ .
- $w$  endet mit  $c$ .
- Die Anzahl der  $b$  in  $w$  ist gerade.

### Aufgabe 5

Berechnen Sie für folgenden DFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2, q_4\})$  mit  $\delta$ :



die Äquivalenzrelation  $\sim_{\mathcal{M}}$ , und geben Sie den Quotientenautomaten  $\mathcal{M}/\sim$  an.