TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Professur Wissensbasierte Systeme

Prof. Dr. Markus Krötzsch Dr. Stephan Mennicke

Übungen zur Lehrveranstaltung

Theoretische Informatik und Logik

Sommersemester 2024

8. Übungsblatt

Woche vom 24. bis 30. Juni

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe S

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Jede Formel in Pränexform ist in Skolemform.

b) Jede Formel in Skolemform ist in Pränexform.

c) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel.

d) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Pränexform.

e) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Skolemform.

Aufgabe T

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:

a) Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Drachen-Kinder fliegen können.

b) Grüne Drachen können fliegen.

c) Ein Drache ist grün, wenn er Kind mindestens eines grünen Drachen ist.

d) Alle grünen Drachen sind glücklich.

Zeigen Sie, dass die letzte Aussage aus den ersten drei folgt.

Aufgabe 1

Formalisieren Sie Bertrand Russells Barbier-Paradoxon

Der Barbier rasiert genau diejenigen Personen, die sich nicht selbst rasieren.

als eine prädikatenlogische Formel und zeigen Sie, dass diese unerfüllbar ist.

Nehmen Sie dafür an, dass der Barbier durch eine Konstante b repräsentiert wird und dass für die Relation * rasiert y"durch ein zweistelliges Prädikatensybol r ausgedrückt wird.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine äquivalente bereinigte Formel in Pränexform.

a) $\forall x.(p(x,x) \leftrightarrow \neg\exists y.q(x,y))$

b) $\forall x.p(f(x,x)) \vee (q(x,z) \rightarrow \exists x.p(g(x,y,z)))$

c) $\forall x.p(x) \wedge (\forall y.\exists x.q(x,g(y)) \rightarrow \exists y.(r(f(y)) \vee \neg q(y,x)))$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine erfüllbarkeitsäquivalente bereinigte Formel in Skolemform.

a) $p(x) \vee \exists x.q(x,x) \vee \forall x.p(f(x))$

b) $\forall x.\exists y.q(f(x),g(y)) \wedge \forall x.(p(x,y,y) \vee q(h(y),x))$

c) $\forall x.\forall x.(p(x) \leftrightarrow q(x,x)) \vee \exists x.\forall y.(q(x,g(y,z)) \wedge \exists z.q(z,z))$

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass Allgemeingültigkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe in Skolemform entscheidbar ist.