

## Formale Systeme

### 6. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch

Woche vom 24.–30. November 2025

Dr. Stephan Mennicke

Wintersemester 2025/26

#### Aufgabe zur Selbstkontrolle

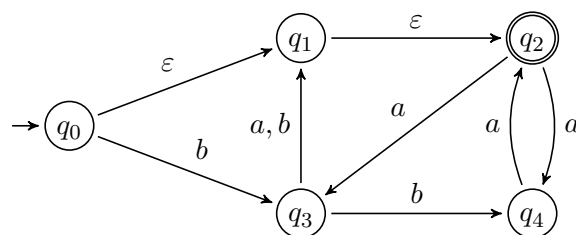
S11) Sei  $\Sigma_1 = \{a, b\}$  und  $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$ . Geben Sie für jede der folgenden Sprachen  $L_i$  einen regulären Ausdruck  $\alpha_i$  mit  $L_i = L(\alpha_i)$  an. Begründen Sie die von Ihnen gewählten regulären Ausdrücke  $\alpha_i$ .

- (a)  $L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$
- (b)  $L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$
- (c)  $L_3 = \{w \in \Sigma_1^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_1^* \text{ mit } w = uaav\}$
- (d)  $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_2^* \text{ mit } w = uaav\}$

S12) Wiederholen Sie die Begriffe Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und *Nerode*-Rechtskongruenz.

#### Aufgabe 1

Gegeben ist der  $\varepsilon$ -NFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \Delta, \{q_0\}, \{q_2\})$  mit  $\Delta$ :



- a) Konstruieren Sie einen zu  $\mathcal{M}$  äquivalenten DFA  $\mathcal{M}'$ .
- b) Geben Sie den zu  $\mathcal{M}'$  reduzierten DFA  $\mathcal{M}'_r$  an.

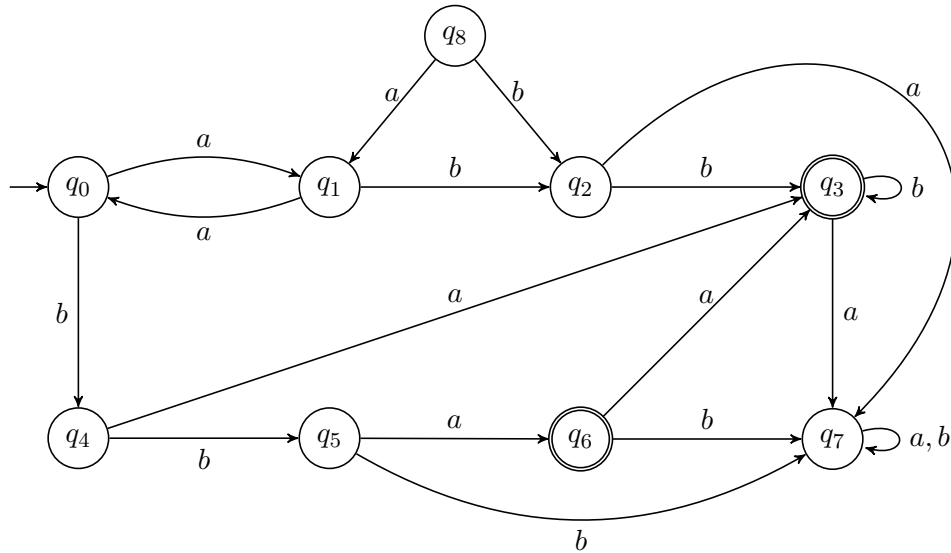
#### Aufgabe 2

Gegeben ist der reguläre Ausdruck  $\alpha = (bb)^*a$ .

- a) Geben Sie für  $\alpha$  die *Nerode*-Rechtskongruenz  $\simeq_{L(\alpha)}$  an.
- b) Geben Sie einen minimalen DFA  $\mathcal{M}$  an mit  $L(\mathcal{M}) = L(\alpha)$ .

### Aufgabe 3

Gegeben ist der DFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_6\})$  mit  $\delta$ :



Geben Sie den zu  $\mathcal{M}$  reduzierten DFA  $\mathcal{M}_r$  an.

### Aufgabe 4

Beweisen oder widerlegen Sie unter Verwendung von Resultaten aus der Vorlesung folgende Aussagen.

- Für die Grammatik  
 $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow Y, X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, Z \rightarrow a\}, S)$   
gilt:  $abab \in L(G)$ .
- Kann eine Sprache  $L$  von einem DFA erkannt werden, so gibt es auch einen  $\varepsilon$ -NFA  $\mathcal{M}$  mit  $L(\mathcal{M}) = L$ .
- Für jeden NFA  $\mathcal{M}$  mit Wortübergängen gibt es einen äquivalenten DFA.
- Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen Nerode-Rechtskongruenz endlich ist.
- Wenn es für eine Sprache  $L$  ein  $n \in \mathbb{N}$  gibt, so dass die Nerode-Rechtskongruenz  $\approx_L$  höchstens  $n$  Äquivalenzklassen hat, so kann  $L$  von einem DFA erkannt werden.
- Für jede Sprache  $L$  gilt:  $L = \bigcup_{u \in L} [u]_{\approx_L}$ , d. h.  $L$  ist die Vereinigung von  $\approx_L$ -Klassen.