



## Formale Systeme

### 10. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

#### Aufgabe 1

Geben Sie präzise eine deterministische Turingmaschine  $\mathcal{M}$  zur Erkennung der Sprache  $L = \{a^n b^m c^k : n, m, k \geq 1, n = 2m \text{ oder } m = k\}$  an. Sie können wahlweise eine Ein- oder Mehrband-DTM verwenden.

- Begründen Sie, warum  $\mathcal{L}(\mathcal{M}) = L$ .
- Geben Sie die Berechnungen für  $w_1 = abcc$  und  $w_2 = aabc$  an.

#### Aufgabe 2

Wie in der Vorlesung dargelegt wurde, werden Turingmaschinen als allgemeines Rechenmodell verstanden (18. Vorlesung, Folie 19).

Geben Sie Turingmaschinen an, die folgende Funktionen berechnen. Dabei wird eine Eingabe  $n \in \mathbb{N}$  als  $\emptyset^n$  mit  $\emptyset \in \Sigma$  dargestellt. Es kann vorausgesetzt werden, dass die Eingabe wohlgeformt auf dem Band vorliegt. Am Ende der Berechnung hält die Turingmaschine in einem Finalzustand und das Band enthält nur das Berechnungsergebnis.

- Die Turingmaschine  $\mathcal{M}_0$  berechnet die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $n \mapsto 0$ , d. h. das Eingabewort auf dem Band wird gelöscht.
- Die Turingmaschine  $\mathcal{M}_{succ}$  berechnet die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $n \mapsto n + 1$ .
- Für  $i, n \in \mathbb{N}$  berechnet die Turingmaschine  $\mathcal{M}_n^i$  die Funktion  $f_n^i : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $(x_1, \dots, x_n) \mapsto x_i$ . Es wird empfohlen, zunächst die Turingmaschine  $\mathcal{M}_4^2$  anzugeben und diese dann zu  $\mathcal{M}_n^i$  zu verallgemeinern.

*Hinweis:*  $(3, 2, 4, 0)$  in der Eingabe wird dargestellt als  $(\emptyset\emptyset\emptyset, \emptyset\emptyset, \emptyset\emptyset\emptyset\emptyset, )_{\perp}$ .