

Theoretische Informatik und Logik

10. Übungsblatt

Sommersemester 2021

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe T

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) Jede Formel in Pränexform ist in Skolemform.
- b) Jede Formel in Skolemform ist in Pränexform.
- c) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel.
- d) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Pränexform.
- e) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Skolemform.

Aufgabe U

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:

- a) Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Drachen-Kinder fliegen können.
- b) Grüne Drachen können fliegen.
- c) Ein Drache ist grün, wenn er Kind mindestens eines grünen Drachen ist.
- d) Alle grünen Drachen sind glücklich.

Zeigen Sie, dass die letzte Aussage aus den ersten drei folgt.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine äquivalente bereinigte Formel in Pränexform.

- a) $\forall x.(p(x, x) \leftrightarrow \neg \exists y.q(x, y))$
- b) $\forall x.p(f(x, x)) \vee (q(x, z) \rightarrow \exists x.p(g(x, y, z)))$
- c) $\forall x.p(x) \wedge (\forall y.\exists x.q(x, g(y)) \rightarrow \exists y.(r(f(y)) \vee \neg q(y, x)))$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine erfüllbarkeitsäquivalente bereinigte Formel in Skolemform.

- a) $p(x) \vee \exists x.q(x, x) \vee \forall x.p(f(x))$
- b) $\forall x.\exists y.q(f(x), g(y)) \wedge \forall x.(p(x, y, y) \vee q(h(y), x))$
- c) $\forall x.\forall x.(p(x) \leftrightarrow q(x, x)) \vee \exists x.\forall y.(q(x, g(y, z)) \wedge \exists z.q(z, z))$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass Allgemeingültigkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe in Skolemform entscheidbar ist.

Aufgabe 4

Welche der folgenden Atommengen sind unifizierbar? Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus an.

$$\mathcal{A}_1 = \{ p(f(X), Y, Z), p(f(g(Z, Z)), h(X), f(Y)) \}$$

$$\mathcal{A}_2 = \{ p(f(X), Y, Z), p(f(g(Z, Z)), h(W), W) \}$$

$$\mathcal{A}_3 = \{ p(f(X), Y, Z), p(Y, Z, f(a)) \}$$