Technische Universität Dresden

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Wissensbasierte Systeme

Formale Systeme
14. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch | Dr. Stephan Mennicke

Woche vom 2.–8. Februar 2026 | Wintersemester 2025/26

Aufgabe 1

Besitzen folgende Instanzen P_i des Postschen Korrespondenzproblems Lösungen? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) $P_1 = \begin{bmatrix} a \\ aaa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} abaaa \\ ab \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ab \\ b \end{bmatrix}$

b) $P_2 = \begin{bmatrix} ab \\ aba \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} baa \\ aa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} aba \\ baa \end{bmatrix}$

c) $P_3 = \begin{bmatrix} bba \\ b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ba \\ baa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ba \\ aba \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ab \\ bba \end{bmatrix}$

(Für einige Teilaufgaben ist die Verwendung eines Computers sinnvoll.)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass das Postsche Korrespondenzproblem über einem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Aufgabe 3

Es sei

$$\mathbf{T} \coloneqq \{\mathsf{enc}(\mathcal{M}) \mid \mathcal{M} \text{ ist eine Turing-Maschine, welche } w^{\mathcal{R}} \text{ akzeptiert, falls sie } w \text{ akzeptiert}\},$$

wobei $w^{\mathcal{R}}$ das zu w umgekehrte Wort ist. Zeigen Sie, dass $\mathbf{T}$ nicht entscheidbar ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass weder das Äquivalenzproblem $\mathbf{P}_{\mathsf{äquiv}}$ für Turing-Maschinen noch dessen Komplement $\overline{\mathbf{P}}_{\mathsf{äquiv}}$ semi-entscheidbar ist, wobei

$$\mathbf{P}_{\mathsf{äquiv}} \coloneqq \{\mathsf{enc}(\mathcal{M}_1)\#\#\mathsf{enc}(\mathcal{M}_2) \mid L(\mathcal{M}_1) = L(\mathcal{M}_2)\},$$
$$\overline{\mathbf{P}}_{\mathsf{äquiv}} \coloneqq \{\mathsf{enc}(\mathcal{M}_1)\#\#\mathsf{enc}(\mathcal{M}_2) \mid L(\mathcal{M}_1) \neq L(\mathcal{M}_2)\}.$$

Zeigen Sie dazu, dass $\mathbf{P}_{\mathsf{halt}} \leq_m \mathbf{P}_{\mathsf{äquiv}}$ und $\mathbf{P}_{\mathsf{halt}} \leq_m \overline{\mathbf{P}}_{\mathsf{äquiv}}$ gilt. Weshalb zeigt dies die Aussage?