

Theoretische Informatik und Logik

3. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch
Woche vom 4.–10. Mai 2026

Dr. Stephan Mennicke
Sommersemester 2026

Aufgabe 1

Gegeben sei die Klauselmenge

$$K = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, r\}, \{\neg r, s\}, \{\neg s\}, \{p, \neg p, t\}, \{\neg t, q\}\}.$$

- Bestimmen Sie *alle Resolventen* der Klauselmenge K . Geben Sie jeweils die beiden Ausgangsklauseln an und das aufgelöste Atom an.
- Welche der gebildeten Resolventen können weiter resolviert werden?
- Bestimmen Sie eine minimale Menge von Klauseln aus K , die zur Herleitung des Widerspruchs genügt.

Aufgabe 2

Prüfen Sie folgende Formeln mittels Resolutionsverfahren auf Erfüllbarkeit:

- $b \wedge (a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c)$
- $\neg\left(c \rightarrow \left((\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b)\right)\right)$

Wenden Sie auf eine der Formeln in a) und b) den SplitSat-Algorithmus an.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Klauselmenge

$$H = \{\{\neg a, b\}, \{\neg b, c\}, \{\neg c, d\}, \{\neg d\}, \{a\}, \{\neg e, b\}\}.$$

- Interpretieren Sie die Klauselmenge H in der Aussagenlogik (jeweils eine Formel pro Klausel genügt).
- Zeigen Sie mittels Hyperresolution, dass die leere Klausel herleitbar ist.
- Welche Rolle spielt die Klausel $\{\neg e, b\}$ bei der Resolution?
- Prüfen Sie, inwiefern für diese Hornformel die Anwendung des DPLL-Algorithmus ein Vorteil bietet.

Aufgabe 4

Modellieren Sie folgende Aussagen als Hornklauseln:

1. Wenn Alice trainiert (t), dann wird Alice besser (b).
 2. Wenn Alice besser ist und trainiert, wird Alice erfolgreich (e).
 3. Alice trainiert.
- a) Ist es möglich, herzuleiten, dass Alice erfolgreich ist? Zeigen Sie dies formal.
- b) Welche der folgenden Aussagen über den Atomen p und q lassen sich in Hornlogik ausdrücken? Begründen Sie Ihre jeweilige Antwort.
- Mindestens eines von p, q ist wahr.
 - Höchstens eines von p, q ist wahr.
 - Genau eines von p, q ist wahr.

Aufgabe 5

In Vorlesung 2 vom 16. April 2026 haben Sie auf Folie 13 eine Modellierung von 9×9 -Sudoku in der Aussagenlogik kennengelernt.

- a) Verallgemeinern Sie die Modellierung für Dimension $d \in \mathbb{Z}^+$ in Z3, also $d \times d$ -Sudokus mit Zahlenwerten aus $\{1, 2, \dots, d\}$.
- b) Testen Sie Ihre Implementierung für verschiedene Dimensionen: ausgehend von einem leeren Feld, wieviel Zeit benötigt Z3 eine erfüllende Belegung zu finden?
- c) Testen Sie Ihre Implementierung auch mit zufällig erzeugten Eingabe-Sudokus.