Technische Universität Dresden

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Wissensbasierte Systeme

Formale Systeme
5. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch — Dr. Stephan Mennicke

Woche vom 17.–23. November 2025 — Wintersemester 2025/26

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S9) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \leq i \leq 4$:

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$$

$$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$$

$$G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$$

$$G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

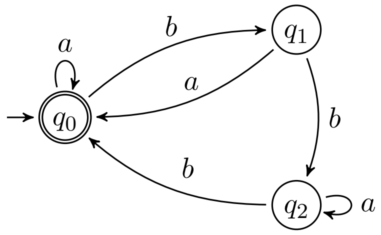
S10) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Für den regulären Ausdruck $\alpha = (b(ab \mid b)^*)^*(a \mid b)^*a$ gilt: $aba \in L(\alpha)$.

b) Für die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \to Y,\ X \to b,\ Y \to aYYb, aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ Z \to a\}, S)$ gilt: $aabb \in L(G)$.

Aufgabe 1

Gegeben ist der DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ mit δ:



Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der die von $\mathcal{M}$ akzeptierte Sprache repräsentiert, d. h. es gilt $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

Hinweis: Zur Lösung können Sie die Ersetzungsmethode (vgl. Vorlesung) verwenden: geben Sie hierzu für jeden Zustand q_i des Automaten eine Gleichung $\alpha_i = \ldots$ an. Lösen Sie anschließend das Gleichungssystem mithilfe des *Arden-Lemmas*.

Aufgabe 2

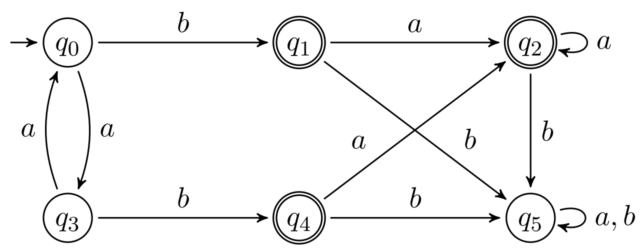
Entwickeln Sie für die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$. Die Sprache L ist die Menge aller Wörter $w \in \Sigma^*$, für die gilt:

- w enthält aaa.
- w endet mit c.
- Die Anzahl der b in w ist gerade.

Ziehen Sie zur Lösung Ihre Kenntnisse der Automatenkonstruktion heran und nutzen Sie schließlich noch einmal das Lemma von Arden.

Aufgabe 3

Berechnen Sie für folgenden DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2, q_4\})$ mit δ:



die Äquivalenzrelation $\sim_{\mathcal{M}}$, und geben Sie den Quotientenautomaten $\mathcal{M}/_{\sim}$ an.

Aufgabe 4

Beweisen Sie Lemma ♥ aus Vorlesung 8:

Sei $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein totaler DFA und $\mathcal{M}/_{\sim} = \langle Q/_{\sim}, \Sigma, \delta_{\sim}, [q_0]_{\sim}, F/_{\sim} \rangle$ der zugehörige Quotientenautomat. Dann gilt für beliebige $q \in Q$ und $w \in \Sigma^*$:

$$[\delta(q, w)]_{\sim} = \delta_{\sim}([q]_{\sim}, w).$$

Hinweis: Induktion über $|w|$.