

4 Prädikatenlogik

4.5 Unifikation

C. Vergleichbarkeit von Unifikatoren

Diese Aufgabe beschäftigt sich mit den Relationen \geq und \sim zwischen Substitutionen und Unifikatoren.

- (a) Sind jeweils zwei beliebige Unifikatoren σ_1 und σ_2 eines gegebenen Unifikationsproblems \mathcal{U} immer miteinander vergleichbar; d.h. es gilt entweder $\sigma_1 \geq \sigma_2$ oder $\sigma_2 \geq \sigma_1$? Beweisen Sie Ihre Antwort.
- (b) Betrachten Sie die Relationen \geq und \sim zwischen Substitutionen und beweisen Sie, dass folgende Aussagen für beliebige Substitutionen σ, θ und ρ gelten:
- (1) $\sigma \geq \sigma$ (\geq ist reflexiv)
 - (2) Aus $\sigma \geq \theta$ und $\theta \geq \rho$ folgt $\sigma \geq \rho$ (\geq ist transitiv)
 - (3) $\sigma \sim \sigma$ (\sim ist reflexiv)
 - (4) Aus $\sigma \sim \theta$ folgt $\theta \sim \sigma$ (\sim ist symmetrisch)
 - (5) Aus $\sigma \sim \theta$ und $\theta \sim \rho$ folgt $\sigma \sim \rho$ (\sim ist transitiv)

Hinweis: Entsprechend dieser Eigenschaften ist \sim eine Äquivalenzrelation. Eine Relation mit den Eigenschaften von \geq wird als Quasiordnung bezeichnet.

- (c) Beweisen Sie: Sind σ und θ allgemeinste Unifikatoren eines Unifikationsproblems \mathcal{U} , dann gilt $\sigma \sim \theta$ (Korollar 4.46).