4 Prädikatenlogik

4.1 Syntax

A. Konstruktion von Teiltermen

Definition 1

Sei t ein Term. Die **Menge der Teilterme** von t ist die kleinste Menge $\mathcal{T}_t$, die die folgenden Bedingungen erfüllt:

(1) $t \in \mathcal{T}_t$.

(2) Wenn $f(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{T}_t$, dann sind auch $t_i \in \mathcal{T}_t$ für $i = 1, \dots, n$.

Definition 2

Eine Folge $[s_0, \dots, s_n]$ von Termen $s_i \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ heißt *Konstruktion* der Länge n des Terms s aus dem Term t gdw.

(1) $s_0 = t$ und $s_n = s$

(2) für alle s_j ($j \in \{1, \dots, n\}$) gibt es einen Term $f(t_1, \dots, t_m)$,
so dass $s_{j-1} = f(t_1, \dots, t_m)$ und es gibt ein $k \in \{1, \dots, m\}$ mit $t_k = s_j$.

Wir bezeichnen mit $\mathcal{K}_n(t)$ die Menge aller Terme s, für welche es eine Konstruktion der Länge n aus t gibt, und wir definieren $\mathcal{K}(t) := \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathcal{K}_n(t)$.

(a) Bestimmen Sie für den Term $t = h(f(Y, X), X, g(a))$ gemäß obiger Definition 2

die Mengen $\mathcal{K}_n(t)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und geben Sie für alle Terme $s \in \mathcal{K}_n(t)$ die zugehörige Konstruktion an.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathcal{T}_t = \mathcal{K}(t)$ für beliebige $t \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ gilt.