

Formale Systeme: Besprechung Musterklausur

Maximilian Marx

Wissensbasierte Systeme

2018-02-01

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen: ...

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?
- c) Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.
- d) Welcher Typ formaler Sprachen wird durch deterministische und welcher durch nichtdeterministische Kellerautomaten charakterisiert? Benennen Sie jeweils eine Sprache genau diesen Typs.
-

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen: ...

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

Σ : **Eingabealphabet**

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

Σ : **Eingabealphabet**

Γ : **Kelleralphabet**

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

Σ : **Eingabealphabet**

Γ : **Kelleralphabet**

δ : **Übergangsfunktion**, eine totale Funktion: $Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow 2^{Q \times \Gamma_\epsilon}$,

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

Σ : **Eingabealphabet**

Γ : **Kelleralphabet**

δ : **Übergangsfunktion**, eine totale Funktion: $Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow 2^{Q \times \Gamma_\epsilon}$,

Q_0 : Menge möglicher **Startzustände** $Q_0 \subseteq Q$

M1 - Kellerautomaten

- a) Geben Sie die formale Definition eines *nichtdeterministischen Kellerautomaten* an. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (PDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, Q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

Q : endliche Menge von **Zuständen**

Σ : **Eingabealphabet**

Γ : **Kelleralphabet**

δ : **Übergangsfunktion**, eine totale Funktion: $Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow 2^{Q \times \Gamma_\epsilon}$,

Q_0 : Menge möglicher **Startzustände** $Q_0 \subseteq Q$

F : Menge von **Endzuständen** $F \subseteq Q$

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

Neben der Akzeptanz über Endzustände in $F \subseteq Q$ gibt es die (äquivalente)
Akzeptanz über leeren Keller.

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

Neben der Akzeptanz über Endzustände in $F \subseteq Q$ gibt es die (äquivalente) **Akzeptanz über leeren Keller**.

- c) Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

Neben der Akzeptanz über Endzustände in $F \subseteq Q$ gibt es die (äquivalente) **Akzeptanz über leeren Keller**.

- c) Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

Ein deterministischer Kellerautomat (DPDA) ist ein Sechs-Tupel $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

Neben der Akzeptanz über Endzustände in $F \subseteq Q$ gibt es die (äquivalente) **Akzeptanz über leeren Keller**.

- c) Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

Ein deterministischer Kellerautomat (DPDA) ist ein Sechs-Tupel

$\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

δ : Übergangsfunktion, eine partielle Funktion $Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow Q \times \Gamma_\epsilon$, so dass für alle $q \in Q$, $a \in \Sigma$ und $A \in \Gamma$ jeweils nur eines der folgenden definiert ist:

$\delta(q, a, A)$

$\delta(q, a, \epsilon)$

$\delta(q, \epsilon, A)$

$\delta(q, \epsilon, \epsilon)$

M1 - Kellerautomaten

- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

Neben der Akzeptanz über Endzustände in $F \subseteq Q$ gibt es die (äquivalente) **Akzeptanz über leeren Keller**.

- c) Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

Ein deterministischer Kellerautomat (DPDA) ist ein Sechs-Tupel

$\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F \rangle$ mit den folgenden Bestandteilen:

δ : Übergangsfunktion, eine partielle Funktion $Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow Q \times \Gamma_\epsilon$, so dass für alle $q \in Q$, $a \in \Sigma$ und $A \in \Gamma$ jeweils nur eines der folgenden definiert ist:

$\delta(q, a, A)$

$\delta(q, a, \epsilon)$

$\delta(q, \epsilon, A)$

$\delta(q, \epsilon, \epsilon)$

q_0 : ein Startstand $q_0 \in Q$

M1 - Kellerautomaten

- d) Welcher Typ formaler Sprachen wird durch deterministische und welcher durch nichtdeterministische Kellerautomaten charakterisiert? Benennen Sie jeweils eine Sprache genau diesen Typs.

M1 - Kellerautomaten

- d) Welcher Typ formaler Sprachen wird durch deterministische und welcher durch nichtdeterministische Kellerautomaten charakterisiert? Benennen Sie jeweils eine Sprache genau diesen Typs.

Automat	Sprachklasse (bzw. Typ)		Beispielsprache
PDA	kontextfrei	Typ 2	$L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ oder } j \neq k\}$
DPDA	det. kontextfrei	det. Typ 2	$L = \{w \in \Sigma^* \mid w _a + w _b = w _c\}$

Hierbei bezeichnet $|w|_x$ die Anzahl der $x \in \Sigma$ in $w \in \Sigma^*$.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt:

...

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.
-

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt:

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt:
für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung
 $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

Annahme: L erfüllt das Pumping-Lemma.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

Annahme: L erfüllt das Pumping-Lemma. D.h. es gibt $n \geq 0$, so dass für jedes $z \in L$ mit $|z| \geq n$ eine Aufteilung $z = uvw$ existiert mit:

$$(1) |v| \geq 1 \quad (2) |uv| \leq n \quad (3) uv^k w \in L \text{ für jedes } k \geq 0.$$

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

Annahme: L erfüllt das Pumping-Lemma. D.h. es gibt $n \geq 0$, so dass für jedes $z \in L$ mit $|z| \geq n$ eine Aufteilung $z = uvw$ existiert mit:

$$(1) |v| \geq 1 \quad (2) |uv| \leq n \quad (3) uv^k w \in L \text{ für jedes } k \geq 0.$$

Wähle eine Primzahl $\ell > n + 2$. Laut Pump-Eigenschaft finden wir eine Zerlegung von $0^\ell = uvw$, für die insbesondere gilt: $uv^k w \in L$ für $k = |uw|$.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

Annahme: L erfüllt das Pumping-Lemma. D.h. es gibt $n \geq 0$, so dass für jedes $z \in L$ mit $|z| \geq n$ eine Aufteilung $z = uvw$ existiert mit:

$$(1) |v| \geq 1 \quad (2) |uv| \leq n \quad (3) uv^k w \in L \text{ für jedes } k \geq 0.$$

Wähle eine Primzahl $\ell > n + 2$. Laut Pump-Eigenschaft finden wir eine Zerlegung von $0^\ell = uvw$, für die insbesondere gilt: $uv^k w \in L$ für $k = |uw|$. Aber $uv^{|uw|}w = 0^{(k+1)|uw|} \notin L$.

M2 - Pumping-Lemma

- a) Formulieren Sie formal präzise das *Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*. Vervollständigen Sie hierfür den nachfolgenden Text:

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine natürliche Zahl $n \geq 0$, so dass gilt: für jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gibt es eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, so dass für jede Zahl $k \geq 0$ gilt: $uv^kwx^ky \in L$.

- b) Zeigen Sie mithilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die Sprache $L = \{0^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ nicht regulär ist.

Annahme: L erfüllt das Pumping-Lemma. D.h. es gibt $n \geq 0$, so dass für jedes $z \in L$ mit $|z| \geq n$ eine Aufteilung $z = uvw$ existiert mit:

$$(1) |v| \geq 1 \quad (2) |uv| \leq n \quad (3) uv^k w \in L \text{ für jedes } k \geq 0.$$

Wähle eine Primzahl $\ell > n + 2$. Laut Pump-Eigenschaft finden wir eine Zerlegung von $0^\ell = uvw$, für die insbesondere gilt: $uv^k w \in L$ für $k = |uw|$. Aber $uv^{|uw|}w = 0^{(k+1)|uw|} \notin L$. Widerspruch. L ist daher nicht regulär.

M3 - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\}, \quad \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow ASB, S \rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}.$$

- Von welchem maximalen Typ ist G ? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.
 - Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.
-

M3 - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\}, \quad \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow ASB, S \rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}.$$

- Von welchem maximalen Typ ist G ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.
- Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

-
- G ist vom Typ 1 (kontextsensitiv) und nicht vom Typ 2 (kontextfrei).
-

M3 - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow ASB, S \rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}.$$

- Von welchem maximalen Typ ist G ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.
- Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

-
- G ist vom Typ 1 (kontextsensitiv) und nicht vom Typ 2 (kontextfrei).
 - $w_1 = aabb, w_2 = abab, w_3 = abba, w_4 = baba$
-

M3 - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow ASB, S \rightarrow AB, AB \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}.$$

- Von welchem maximalen Typ ist G ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.
- Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

-
- G ist vom Typ 1 (kontextsensitiv) und nicht vom Typ 2 (kontextfrei).
 - $w_1 = aabb, w_2 = abab, w_3 = abba, w_4 = baba$
 - $L(G) = \{w \in \{a, b\}^+ \mid |w|_a = |w|_b\}$
-

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

- Ist die Grammatik G in *Chomsky-Normalform*? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Transformieren Sie, falls notwendig, G in *Chomsky-Normalform*.
 - Entfernen Sie in G , sofern vorhanden, nichtterminierende und nichterreichbare Symbole. Begründen Sie Ihr Vorgehen.
-

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}.$$

- Ist die Grammatik G in *Chomsky-Normalform*? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Transformieren Sie, falls notwendig, G in *Chomsky-Normalform*.
 - Entfernen Sie in G , sofern vorhanden, nichtterminierende und nichterreichbare Symbole. Begründen Sie Ihr Vorgehen.
-

- ja. Jede Regel ist von der Form $A \rightarrow BC$ oder $A \rightarrow x$ ($A, B, C \in V, x \in \Sigma$).
- ...

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}.$$

- Ist die Grammatik G in *Chomsky-Normalform*? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Transformieren Sie, falls notwendig, G in *Chomsky-Normalform*.
 - Entfernen Sie in G , sofern vorhanden, nichtterminierende und nichterreichbare Symbole. Begründen Sie Ihr Vorgehen.
-

- ja. Jede Regel ist von der Form $A \rightarrow BC$ oder $A \rightarrow x$ ($A, B, C \in V, x \in \Sigma$).
- ...
- D ist nicht erreichbar, $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit $V' = \{S, A, B, C\}$ und $P' = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c\}$ hat weder nichtterminierende noch nichterreichbare Symbole.

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

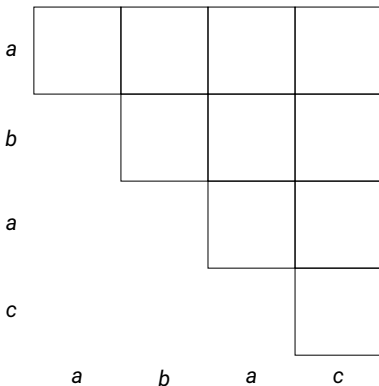
$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}.$$

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

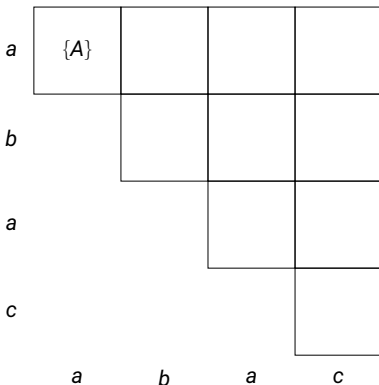


M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.



M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}			
b		{B}		
a				
c				
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}			
b		{B}		
a			{A}	
c				
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}			
b		{B}		
a			{A}	
c				{C}
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$		
b		$\{B\}$		
a			$\{A\}$	
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}	{D, S}		
b		{B}	{A}	
a			{A}	
c				{C}
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}	{D, S}		
b		{B}	{A}	
a			{A}	{B}
c				{C}
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	\emptyset	
b		$\{B\}$	$\{A\}$	
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}	{D, S}	\emptyset	
b		{B}	{A}	{B}
a			{A}	{B}
c				{C}
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	{A}	{D, S}	\emptyset	{D, S}
b		{B}	{A}	{B}
a			{A}	{B}
c				{C}
	a	b	a	c

M4 - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

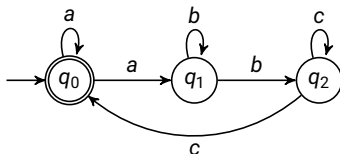
$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}$.

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	\emptyset	$\{D, S\}$
b		$\{B\}$	$\{A\}$	$\{B\}$
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Damit ist $w = abac \in L$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

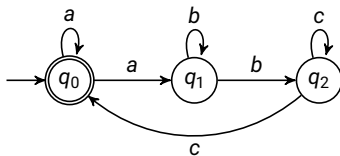
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.
- Konstruieren Sie einen zu \mathcal{M} äquivalenten DFA \mathcal{M}' . Verwenden Sie dazu die Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung. Stellen Sie dabei sicher, dass der konstruierte Automat keine unerreichbaren Zustände enthält.
- Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an:
 $L_1 = L((ab)^*a^* \mid b)$ und $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$
- Geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

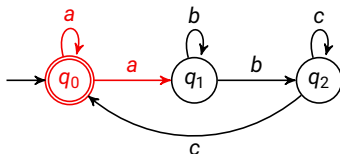
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

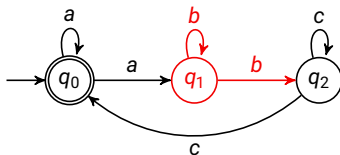


- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



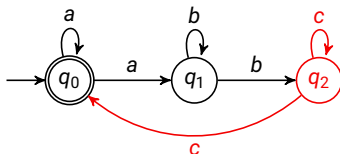
- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

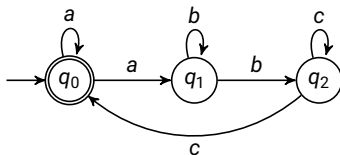
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

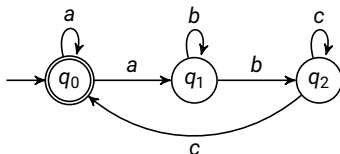
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \quad \equiv c^*c\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

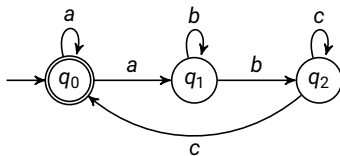
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \quad \equiv \quad c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

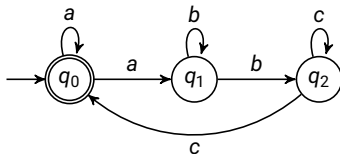
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \quad \equiv b^*b\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \quad \equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

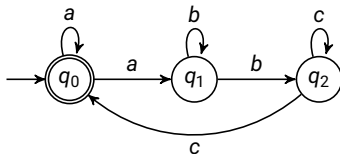
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \quad \equiv b^*b\alpha_2 \equiv b^+\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \quad \equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

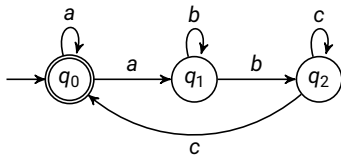
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \equiv a\alpha_0 \mid ab^+c^+\alpha_0 \mid \varepsilon$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \equiv b^*b\alpha_2 \equiv b^+\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

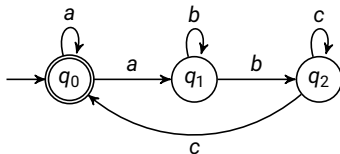
$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \equiv a\alpha_0 \mid ab^+c^+\alpha_0 \mid \varepsilon \equiv (a \mid ab^+c^+)^*$$

$$\alpha_1 \equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \equiv b^*b\alpha_2 \equiv b^+\alpha_2$$

$$\alpha_2 \equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

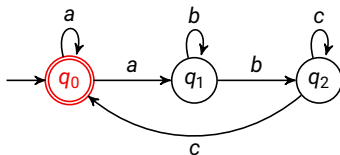
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



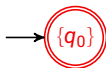
b) DFA \mathcal{M}' :

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

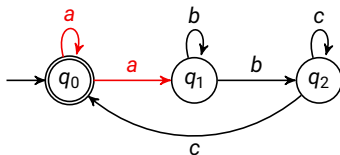


b) DFA \mathcal{M}' :

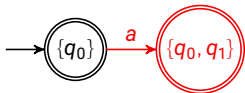


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

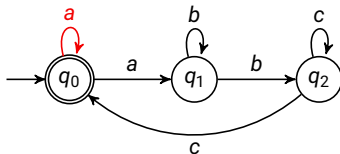


b) DFA \mathcal{M}' :

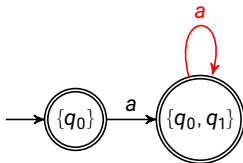


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

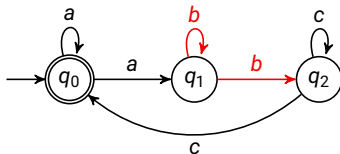


b) DFA \mathcal{M}' :

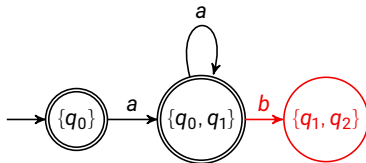


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

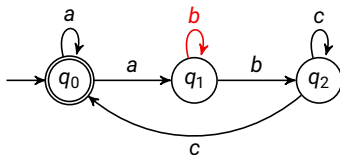


b) DFA \mathcal{M}' :

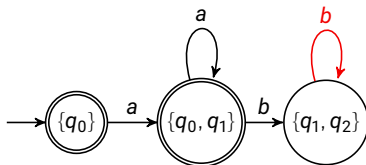


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

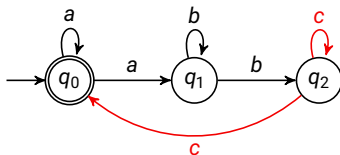


b) DFA \mathcal{M}' :

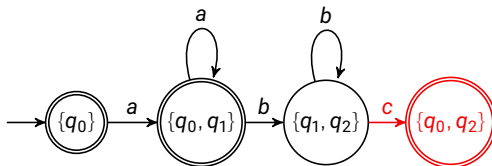


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

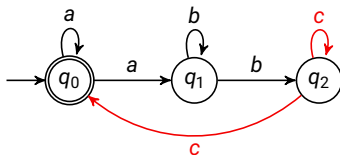


b) DFA \mathcal{M}' :

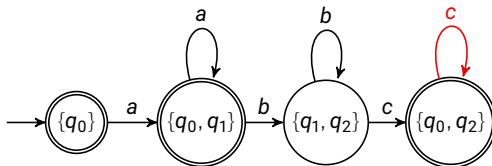


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

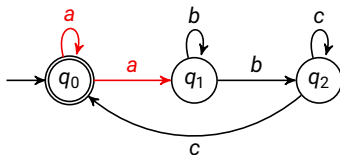


b) DFA \mathcal{M}' :

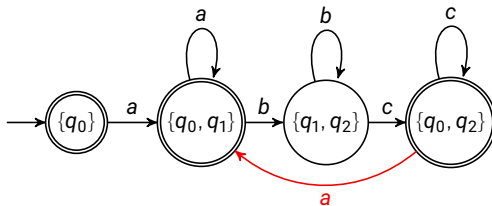


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

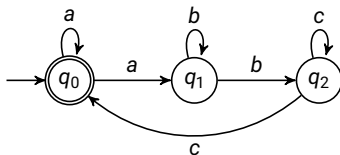


b) DFA \mathcal{M}' :

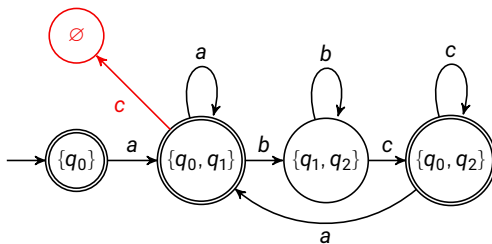


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

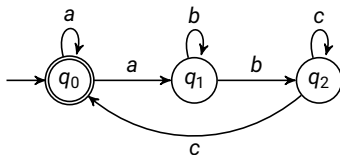


b) DFA \mathcal{M}' :

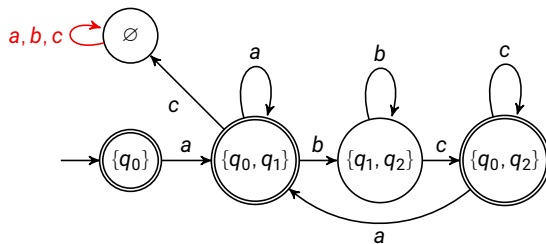


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

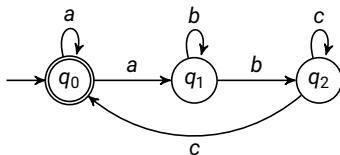


b) DFA \mathcal{M}' :

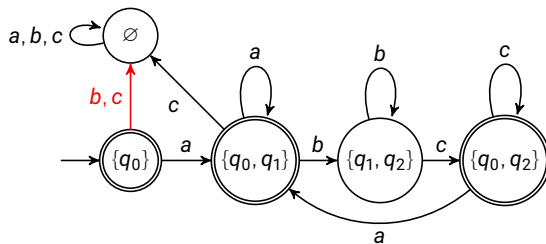


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

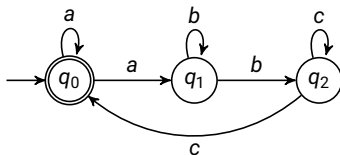


b) DFA \mathcal{M}' :

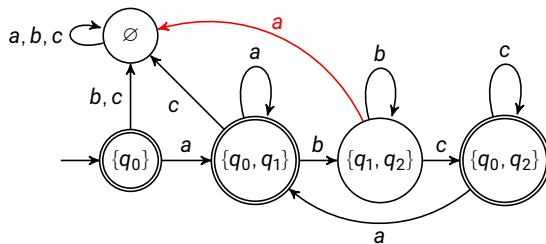


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

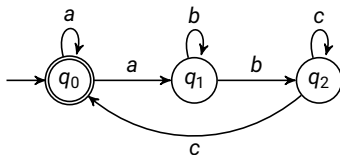


b) DFA \mathcal{M}' :

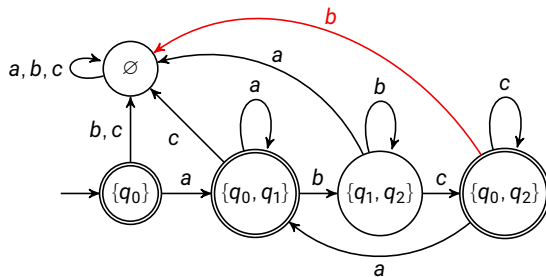


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :

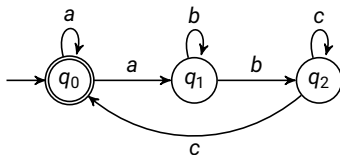


b) DFA \mathcal{M}' :

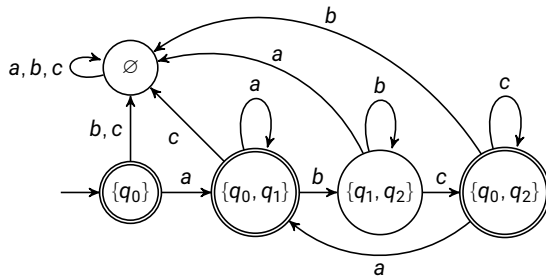


M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



b) DFA \mathcal{M}' :



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

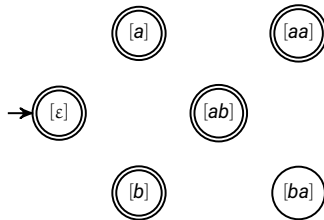
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

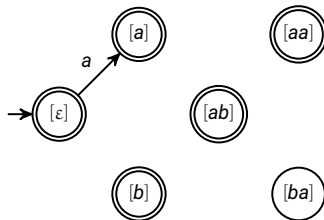
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

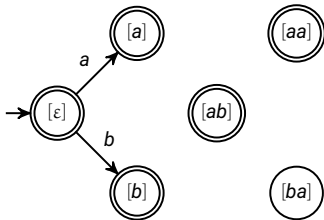
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

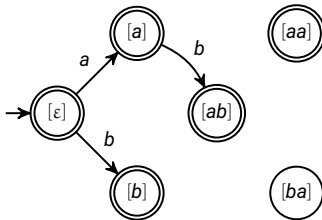
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

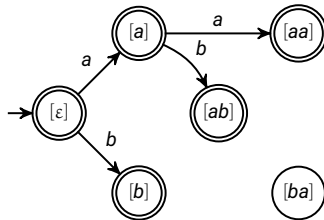
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

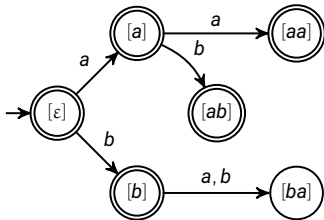
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

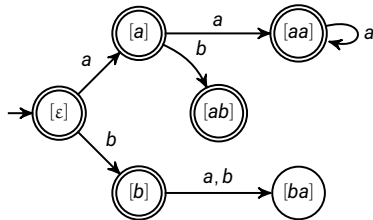
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

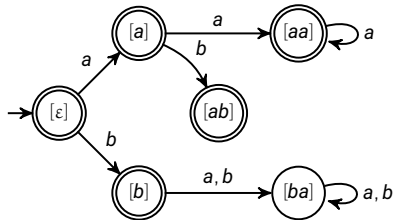
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

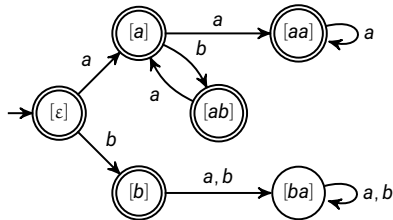
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

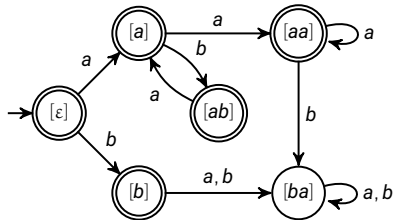
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon)$$

$$[b]_{L_1} = L(b)$$

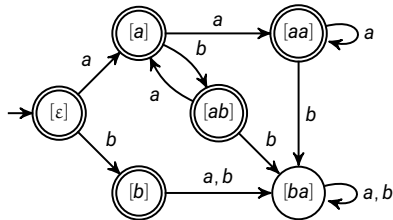
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*)$$

$$[a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$

$$[aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$

$$[ba]_{L_1} = (a, b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a, b\}^*$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a, b\}^*$.

D.h. jedes Wort aus $\{a, b\}^*$ bildet eine eigene Äquivalenzklasse.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

c+d) Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* | b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a, b\}^*$.

D.h. jedes Wort aus $\{a, b\}^*$ bildet eine eigene Äquivalenzklasse.

Damit ist der Nerode-Index von L_2 unendlich, d.h. die Sprache L_2 ist nicht regulär.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $ww^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei \bar{y} aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei \bar{y} aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei \bar{y} aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

Aber $v^R = xyz \neq x\bar{y}z$, also ist $vx\bar{y}z \notin L_2$.

M5 - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geq |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leq |y| \leq 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei \bar{y} aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

Aber $v^R = xyz \neq x\bar{y}z$, also ist $v \not\sim_{L_2} w$.

Damit $v \not\sim_{L_2} w$.

M6 - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.
 - b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär.
-

M6 - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.
 - b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ und damit regulär.
-

M6 - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.
- b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

M6 - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.
- b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

$$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S) \text{ mit } V_1 = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und} \\ P_1 = \{S \rightarrow ABC \mid ASC, B \rightarrow b \mid bB, A \rightarrow a, C \rightarrow c\}$$

M6 - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei. **wegen $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ ist $L_1 \setminus L_2 = L_1$, also kontextfrei.**
- b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

$$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S) \text{ mit } V_1 = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und} \\ P_1 = \{S \rightarrow ABC \mid ASC, B \rightarrow b \mid bB, A \rightarrow a, C \rightarrow c\}$$

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.
- b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.
- c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.
- d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.
- e) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

⋮

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

Antwortvorschlag: ja. $L(\emptyset)$, $L(\varepsilon)$, und $L(a)$ (für $a \in \Sigma$) sind endlich; ebenso sind Konkatenation und Vereinigung von endlichen Mengen wieder endlich.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

Antwortvorschlag: nein. Es gilt stets $\emptyset \subseteq L$, aber \emptyset ist regulär (tatsächlich ist jede endliche Teilmenge $F \subseteq L$ regulär).

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

Antwortvorschlag: ja. Auch für $L = \emptyset$ ist $L^0 = \{\varepsilon\}$ und $L^* = \bigcup_{i \geq 0} L^i = \{\varepsilon\}$.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

Antwortvorschlag: ja. Tatsächlich ist die Anzahl der Nerode-Äquivalenzklassen endlich gdw. die zugehörige Sprache regulär ist. (Satz von Myhill/Nerode).

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- e) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- e) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

Antwortvorschlag: nein. Einband-Turingmaschinen können Mehrband-Turingmaschinen simulieren.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- f) Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

Eingabe: Turingmaschine \mathcal{M} Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E ?

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- f) Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

Eingabe: Turingmaschine \mathcal{M} Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E ?

Antwortvorschlag: ja. (Satz von Rice)

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- g) Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- g) Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

Antwortvorschlag: nein. Für die beiden Klauseln $\{a, b\}$ und $\{\neg a, \neg b\}$ sind sowohl $\{b, \neg b\}$ (Resolvente bezüglich a) als auch $\{a, \neg a\}$ (Resolvente bezüglich b) Resolventen.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- h) Es gibt eine aussagenlogische Formel F , die sowohl in KNF wie auch in DNF ist.

M7 - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- h) Es gibt eine aussagenlogische Formel F , die sowohl in KNF wie auch in DNF ist.

Antwortvorschlag: ja. Bspw. a , $\neg b$, TRUE, ...

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

gilt.

c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$F = \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)))$$

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \end{aligned}$$

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d) \end{aligned}$$

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d) \end{aligned}$$

In keiner Klausel kommt mehr als ein positives Literal vor. F ist damit äquivalent zu einer Horn-Formel.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

a) Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \left((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \right)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d) \end{aligned}$$

In keiner Klausel kommt mehr als ein positives Literal vor. F ist damit äquivalent zu einer Horn-Formel.

Tatsächlich gilt sogar $F \equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d)$.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(2) $\{\neg a, d\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(5) $\{a\}$

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(7) $\{d\}$ (2) + (5)

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(7) $\{d\}$ (2) + (5)

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

(8) $\{\neg d, c\}$ (3) + (6)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(7) $\{d\}$ (2) + (5)

(9) $\{c\}$ (7) + (8)

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

(8) $\{\neg d, c\}$ (3) + (6)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(7) $\{d\}$ (2) + (5)

(9) $\{c\}$ (7) + (8)

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

(8) $\{\neg d, c\}$ (3) + (6)

(10) $\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(5) $\{a\}$

(7) $\{d\}$ (2) + (5)

(9) $\{c\}$ (7) + (8)

(11) $\{\neg a\}$ (9) + (10)

(2) $\{\neg a, d\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(6) $\{b\}$ (1) + (5)

(8) $\{\neg d, c\}$ (3) + (6)

(10) $\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$	(2)	$\{\neg a, d\}$
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$	(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$
(5)	$\{a\}$	(6)	$\{b\}$ (1) + (5)
(7)	$\{d\}$ (2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$ (3) + (6)
(9)	$\{c\}$ (7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$ (9) + (10)	(12)	\emptyset (5) + (11)

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$	(2)	$\{\neg a, d\}$
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$	(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$
(5)	$\{a\}$	(6)	$\{b\}$ (1) + (5)
(7)	$\{d\}$ (2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$ (3) + (6)
(9)	$\{c\}$ (7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$ (9) + (10)	(12)	\emptyset (5) + (11)

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg \neg a)\}$ ist unerfüllbar.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$	(2)	$\{\neg a, d\}$
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$	(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$
(5)	$\{a\}$	(6)	$\{b\}$ (1) + (5)
(7)	$\{d\}$ (2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$ (3) + (6)
(9)	$\{c\}$ (7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$ (9) + (10)	(12)	\emptyset (5) + (11)

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg \neg a)\}$ ist unerfüllbar. Also gilt $\neg a$ in allen Modellen von $\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\}$.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

b) Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$	(2)	$\{\neg a, d\}$
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$	(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$
(5)	$\{a\}$	(6)	$\{b\}$ (1) + (5)
(7)	$\{d\}$ (2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$ (3) + (6)
(9)	$\{c\}$ (7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$ (4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$ (9) + (10)	(12)	\emptyset (5) + (11)

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg \neg a)\}$ ist unerfüllbar. Also gilt $\neg a$ in allen Modellen von $\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\}$. Damit gilt die Behauptung.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p .

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p .

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p , die in φ vorkommen.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p .

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p , die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p .

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p , die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

Ein Hyperresolutionsschritt ist in polynomieller Zeit möglich.

M8 - Resolution (nicht Revolution)

- c) Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.
-

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p .

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p , die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

Ein Hyperresolutionsschritt ist in polynomieller Zeit möglich.

Die Hyperresolution terminiert in polynomieller Zeit.