

Theoretische Informatik und Logik

4. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch
Woche vom 11.–17. Mai 2026

Dr. Stephan Mennicke
Sommersemester 2026

Aufgabe 1

Prüfen Sie mit Hilfe des DPLL-Algorithmus die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit:

- a) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee s) \wedge \neg s \wedge (q \vee t)$
- b) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- c) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (r \vee s) \wedge (r \vee \neg s)$

Welche Konsequenzen hätte es für die einzelnen Formeln, wenn wir die DPLL-eigenen Optimierungen der *Pure-Literals* oder der *Unit-Propagation* für einzelne Formeln abschalten?

Aufgabe 2

Wir haben im letzten Übungsblatt beobachtet, dass es für eine gegebene Hornklauselmenge H möglich war, Erfüllbarkeit und Unerfüllbarkeit lediglich durch Anwendung von *Unit-Propagation* zu entscheiden. Es stellt sich daher die Frage, ob dies immer möglich ist.

- a) Zeigen oder widerlegen Sie, eine Hornformel (in Form einer Klauselmenge) ist genau dann erfüllbar, wenn nach erschöpfender *Unit-Propagation* nicht die leere Klausel abgeleitet wurde.
- b) Was bedeutet das Resultat für den DPLL-Algorithmus und, im Speziellen, für die *Unit-Propagation* bezüglich der Vollständigkeit des logischen Schließens mit Hornformeln?

Aufgabe 3

Es seien $L, L_1, L_2 \in \mathcal{P}$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- a) $L_1 \cup L_2 \in \mathcal{P}$.
- b) $L_1 \cap L_2 \in \mathcal{P}$.
- c) $\bar{L} \in \mathcal{P}$.
- d) $L_1 \circ L_2 \in \mathcal{P}$.
- e) $L^* \in \mathcal{P}$.
- f) \star Wenn $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$, dann gilt $L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}$. \star

Aufgabe 4

Zeigen Sie für die folgenden Probleme, dass diese in NL sind.

- a) Für ein gegebenes Wort $w \in \{a, b\}^*$ soll entschieden werden, ob die Anzahl der Vorkommen von a gleich der Anzahl der Vorkommen von b ist.
- b) Für einen gegebenen ungerichteten Graph $G = (V, E)$ soll entschieden werden, ob G zusammenhängend ist.