



Formale Systeme

13. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S21) Prüfen Sie mittels Resolution die folgenden Formeln jeweils auf Erfüllbarkeit:

$$a \wedge \left((c \wedge b) \wedge ((\neg c \vee \neg b) \vee (a \wedge (c \wedge b))) \right)$$

$$(\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \wedge (a \vee \neg c) \wedge (b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee d) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (c \vee \neg d)$$

Aufgabe 1

Prüfen Sie folgende Formeln mittels Resolutionsverfahren auf Erfüllbarkeit:

a) $b \wedge (a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c)$

b) $\neg \left(c \rightarrow \left((\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b) \right) \right)$

Aufgabe 2

Eine k -Färbung für einen endlichen Graphen G ist eine Zuordnung der Knoten von G zu Werten („Farben“) in $\{1, \dots, k\}$, so dass Knoten, die in G durch eine Kante verbunden sind, nicht denselben Wert zugeordnet bekommen.

Geben Sie für einen endlichen Graphen $G = (V, E)$ mit n Knoten und einen Wert k eine aussagenlogische Formel $\varphi_{G,k}$ an, so dass $\varphi_{G,k}$ genau dann erfüllbar ist, wenn es eine k -Färbung von G gibt.

Aufgabe 3

- Es sei φ eine Formel, die ausschließlich den Junktor \rightarrow verwendet. Zeigen Sie: Wenn $w(p_i) = 1$ für alle $p_i \in \text{Var}(\varphi)$ ist, dann ist auch $w(\varphi) = 1$.
- Es sei φ eine allgemeine aussagenlogische Formel. Beweisen oder widerlegen Sie: φ ist äquivalent zu einer Formel, die ausschließlich den Junktor \rightarrow verwendet.