

## 4 Prädikatenlogik

### 4.3 Semantik

#### B. Verschiedene Interpretationen einer Formel

Sei  $F = (\forall X)(\forall Y)((p(X, a) \wedge p(Y, b)) \rightarrow (p(f(X, Y), X) \wedge p(f(X, Y), Y)))$  eine prädikatenlogische Formel aus  $\mathcal{L}(\{p/2\}, \{f/2, a/0, b/0\}, \{X, Y, \dots\})$ .

- (a) Betrachten Sie die Interpretation  $I_1$  über der Domäne  $\mathcal{D}_1 = \{0, 1\}$  mit  $p^{I_1} = \{(1, 1)\}$ ,  $a^{I_1} = 1$  und  $b^{I_1} = 0$ , sowie  $f^{I_1}(x, y) = 0$  für alle  $x, y \in \{0, 1\}$ .  
Zeigen Sie, dass  $F^{I_1} = \top$  gilt.
- (b) Geben Sie eine Interpretation  $I_2$  an unter der die Formel  $F$  die folgende Bedeutung hat:  
Für zwei beliebige positive Zahlen  $m$  und  $n$  gilt, wenn  $m$  und  $n$  beide größer als 1 sind, dann ist das Produkt von  $m$  und  $n$  größer als jeder der einzelnen Multiplikatanden  $m$  und  $n$ .
- (c) Zeigen Sie, dass die Formel  $F$  nicht allgemeingültig ist.