

# Formale Systeme

## 7. Übungsblatt

# Formale Systeme

## 1. Übungsblatt

### Hinweis

Die Aufgaben \*) und \*\*) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

\*) Es sei  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$  und  $\Sigma_2 = \{0, 1\}$ . Beschreiben Sie folgende Mengen verbal oder durch Aufzählung:

$\Sigma_1^*$ ,  $\Sigma_1^+$ ,  $\Sigma_1^2$ ,  $\Sigma_1 \cdot (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$ ,  $P(\Sigma_1)$ ,  $P(\Sigma_1^*)$ .

\*\*) Beschreiben Sie folgende Mengen, die über die Operationen Vereinigung, Konkatination und Kleene-Stern gebildet werden, verbal oder durch Aufzählung:

$\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}$ ,  $\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\}$ ,  $\{a\} \cup \{b\} \cdot \{a\} \cup \{b\}$ ,  $\{a\}^*$ ,  $(\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$ ,  
 $(\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\})^*$ ,

$\{a\} \cup \{a\}^* \cdot \{b\}$ ,  $(\{0\} \cup \{1\})^*$ ,  $(\{1\} \cup \{1\} \cdot \{0\})^*$ ,  $(\{0\} \cup \{1\})^* \cdot \{0\} \cdot \{0\} \cdot$   
 $(\{0\} \cup \{1\})^*$ .

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die folgenden Operationen auf Sprachen  $\cup$ ,  $\cdot$  und  $*$  monoton sind, d.h. aus  $X_1 \subseteq Y_1$  und  $X_2 \subseteq Y_2$  folgt  $X_1 \cup X_2 \subseteq Y_1 \cup Y_2$ ,  $X_1 \cdot X_2 \subseteq Y_1 \cdot Y_2$  bzw.  $X_1^* \subseteq Y_1^*$ .

### Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Identitäten:

a)  $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1 \cdot L_2 \cup L_1 \cdot L_3$

b)  $(\{a\} \cdot \{b\} \cup \{a\})^* \cdot \{a\} = \{a\} \cdot (\{b\} \cdot \{a\} \cup \{a\})^*$

c)  $(\{a\} \cup \{b\})^* = \{a\}^* \cup \{b\}^*$

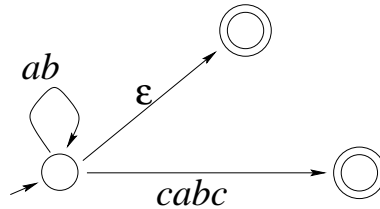
d)  $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$ ,  $(\{\varepsilon\} \cup L)^* = L^*$ ,  $(L^*)^* = L^*$

e)  $(L_1^* \cup L_2^*)^* = (L_1 \cup L_2)^*$

f)  $L \cdot L^* = L^+$ ,  $L^* \cdot L^* = L^*$ ,  $L^* \cup L = L^*$

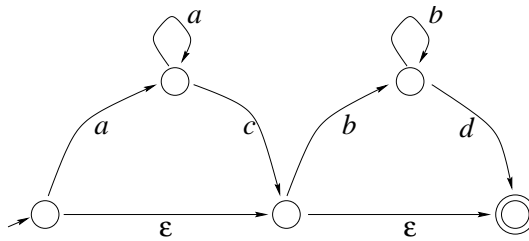
### Aufgabe 3

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.10. der Vorlesung) zu dem unten graphisch angegebenen NEA mit Wortübergängen eine äquivalenten  $\varepsilon$ -NEA.



### Aufgabe 4

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.12. der Vorlesung) zu dem unten graphisch angegebenen  $\varepsilon$ -NEA einen äquivalenten NEA.



### Aufgabe 5

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen  $L_i$  ein Transitionssystem an, das  $L_i$  akzeptiert:

- $L_0 := \{w \in \{a, \dots, z\}^* \mid w \text{ enthält das Wort "theorie"}\}$
- $L_1 := \{a^m \mid m \text{ ist ein Vielfaches von } 3 \}$
- $L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$
- $L_3 := \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .