



Formale Systeme

4. Übungsblatt

Wintersemester 2016/17

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ mit

$N = \{S, X, Y, T\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$P = \{S \rightarrow X, S \rightarrow Y, X \rightarrow Tb, Y \rightarrow aT, X \rightarrow Xb, Y \rightarrow aY, T \rightarrow \varepsilon, T \rightarrow aTb\}$.

Geben Sie eine Grammatik G' an mit $L(G') = \{w \in \{a, b\}^* \mid w^R \in L(G)\}$, wobei w^R das gespiegelte Wort zu w ist.

**) Gegeben ist die Grammatik G aus der Aufgabe *). Ist G eine ε -freie Grammatik? Wenn nicht, transformieren Sie G in eine ε -freie Grammatik G' . Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Aufgabe 1

Gegeben sind das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Sprache

$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und}$
 $\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv \text{ und}$
 $\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au\}$.

Geben Sie für L einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$ an.

Aufgabe 2

Welche Sprachen $L(r_i)$ werden durch folgende reguläre Ausdrücke r_i beschrieben?

a) $r_1 = bb^* \mid (bb)^*a$

b) $r_2 = a^*b(aa^*b)^*b(a \mid b)^*$

c) $r_3 = a^* \mid a^*(b \mid bb)(aa^*(b \mid bb))^*a^*$

Aufgabe 3

Beweisen Sie die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke r , s und t ($r \equiv s$ bedeutet $L(r) = L(s)$):

- a) $r \mid s \equiv s \mid r$
- b) $(r \mid s) \mid t \equiv r \mid (s \mid t)$
- c) $(rs)t \equiv r(st)$
- d) $r(s \mid t) \equiv rs \mid rt$
- e) $\emptyset^* \equiv \varepsilon$
- f) $(r^*)^* \equiv r^*$
- g) $r^* \equiv rr^* \mid \varepsilon$
- h) $(\varepsilon \mid r)^* \equiv r^*$

Aufgabe 4

Geben Sie zu jedem der regulären Ausdrücke r_i einen NFA \mathcal{M}_i mit $L(\mathcal{M}_i) = L(r_i)$ an.

- a) $r_1 = (ab)^*$
- b) $r_2 = a(b \mid c)a^* \mid b^*$

Wenden Sie dabei den *kompositionellen Ansatz zur Konstruktion von NFAs* aus der Vorlesung an.

Aufgabe 5

Entwickeln Sie für die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$. Für alle Wörter $w \in L$ gilt:

- w enthält aaa .
- w endet mit c .
- Die Anzahl der b in w ist gerade.