

Theoretische Informatik und Logik

5. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch
Woche vom 18.–24. Mai 2026

Dr. Stephan Mennicke
Sommersemester 2026

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Falls $P \neq NP$ gilt, dann auch $P \cap NP \neq \emptyset$.
- Polynomielle Reduzierbarkeit ist nicht transitiv.
- Ist $L_2 \in P$ und $L_1 \leq_p L_2$, dann ist auch $L_1 \in P$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Ist $P = NP$, dann gibt es einen Algorithmus, der in polynomieller Zeit für jede erfüllbare aussagenlogische Formel eine erfüllende Belegung findet.

Aufgabe 3

Sei Σ ein Alphabet und $A, B \subseteq \Sigma^*$. Wir sagen, dass A auf B in *logarithmischen Platz* *reduzierbar* ist, und schreiben $A \leq_\ell B$, falls es eine Many-One-Reduktion von A nach B gibt, die in logarithmischen Platz berechenbar ist. Begründen Sie: Gilt $A \leq_\ell B$ und $B \leq_\ell C$, dann gilt auch $A \leq_\ell C$.

Anmerkung: Bei dieser Aufgabe ist nicht nach einem vollständigen Beweis, sondern eher nach einer Beweisidee gefragt.

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

- S5) a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in P liegen.
b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in NP liegen.
c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in $PSPACE$ liegen.
d) Erläutern Sie, warum $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ gilt.
e) Beschreiben Sie für $\mathcal{C} = NP$ und $\mathcal{C} = PSPACE$, wann ein Problem „ \mathcal{C} -schwer“ bzw. „ \mathcal{C} -vollständig“ ist.
- S6) Zeigen Sie, dass NP unter Kleene-Stern abgeschlossen ist.
- S7) Zeigen Sie, dass das Wortproblem deterministischer endlicher Automaten in L liegt:
ist

$$\mathbf{P}_{DFA} := \{ \text{enc}(\mathcal{A})\#\#\text{enc}(w) \mid \mathcal{A} \text{ ist ein DFA, der } w \text{ akzeptiert} \},$$

dann gilt $\mathbf{P}_{DFA} \in L$.