

# Formale Systeme

## 11. Übungsblatt

# Formale Systeme

## 5. Übungsblatt

### Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

\*) Um mithilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache  $L$  nicht erkennbar ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt.

Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^i b a^i b \mid i \in \mathbb{N}\}$  nicht erkennbar ist.

\*\*\*) Geben Sie mindestens 3 zweistellige und 2 einstellige Operationen  $\text{op}$  an, so dass gilt: Sind  $L_1$  und  $L_2$  erkennbar, so auch  $L_1 \text{op} L_2$  (bzw.  $\text{op}(L_1)$ ) und überlegen Sie sich jeweils, wie man aus NEAs  $\mathcal{A}_i$  mit  $L(\mathcal{A}_i) = L_i$  einen NEA für  $L_1 \text{op} L_2$  (bzw.  $\text{op}(L_1)$ ) konstruiert.

### Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke  $r$ ,  $s$  und  $t$  ( $r = s$  bedeutet  $L(r) = L(s)$ ):

a)  $r + s = s + r$

b)  $(r + s) + t = r + (s + t)$

c)  $(rs)t = r(st)$

d)  $r(s + t) = rs + rt$

e)  $\emptyset^* = \varepsilon$

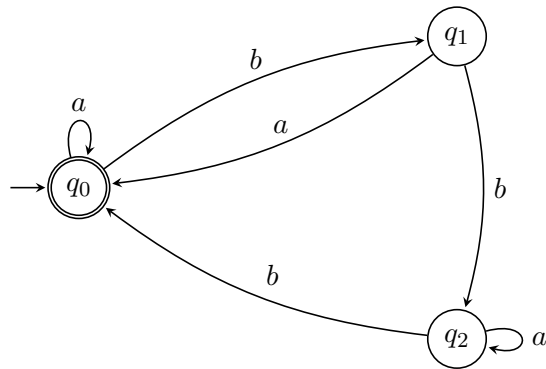
f)  $(r^*)^* = r^*$

g)  $r^* = rr^* + \varepsilon$

h)  $(\varepsilon + r)^* = r^*$

### Aufgabe 2

Verwenden Sie die Konstruktion aus dem Beweis von Satz von Kleene (Satz 5.4) und das Lemma von Arden (Lemma 5.6), um einen regulären Ausdruck  $r$  anzugeben, der die von dem folgenden Automaten  $\mathcal{A}$  akzeptierte Sprache repräsentiert (das heißt, es soll  $L(r) = L(\mathcal{A})$  gelten).



Hinweis: Geben Sie für jeden Zustand  $q_i$  des Automaten eine Gleichung  $X_{q_i} = \dots$  an. Lösen Sie dieses Gleichungssystem dann mithilfe des Arden-Lemmas.

### Aufgabe 3

Es sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Geben Sie für jede der folgenden Sprachen  $L_i$  einen regulären Ausdruck  $r_i$  mit  $L_i = L(r_i)$  an. Erklären Sie die Wahl Ihrer regulären Ausdrücke  $r_i$ .

- $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade} \}$
- $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = uaav\}$