Technische Universität Dresden

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Wissensbasierte Systeme

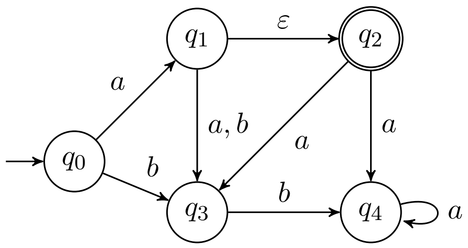
Formale Systeme
3. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch — Dr. Stephan Mennicke

Woche vom 3.–9. November 2025 — Wintersemester 2025/26

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S5) Es sei der ε-NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, \ldots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ gegeben mit δ wie unten graphisch dargestellt:



Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$.

S6) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NFAs $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ an mit

(a) $L(\mathcal{M}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \text{ ist ungerade und } |w|_b \text{ ist gerade}) \text{ oder}$
$\text{(es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv)\}$

(b) $L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv) \text{ und}$
$(\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv) \text{ und}$
$(\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au)\}$

Aufgabe 1

Zeigen Sie konstruktiv, dass

- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Startzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Startzustand existiert bzw.
- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Finalzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Finalzustand existiert. Gilt die letzte Aussage auch für DFAs?

Aufgabe 2

Sei Σ ein mindestens zweielementiges Alphabet und L eine reguläre Sprache über Σ. Zeigen Sie, dass die nachfolgenden Sprachen regulär sind, indem Sie einen entsprechenden endlichen Automaten angeben. Begründen Sie kurz, warum der angegebene Automat die Sprache erkennt.

(a) Für eine reguläre Sprache K über Σ, $L/K = \{x \in \Sigma^* : xy \in L \text{ für ein } y \in K\}$.

(b) $L_1 = \{x \in L : \text{es gibt kein } y \in \Sigma^+, \text{ so dass } xy \in L\}$.

(c) $L_2 = \{x \in L : \text{kein echtes Präfix von } x \text{ liegt in } L\}$.

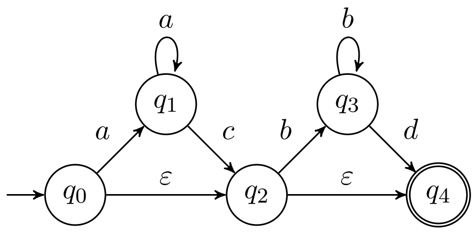
(d) Die Spiegelbildsprache $L^R = \{a_n a_{n-1} \dots a_0 \in \Sigma^* \mid a_0 \dots a_{n-1} a_n \in L\}$.

Aufgabe 3

Es sei L die Sprache aller $w \in \{0,1\}^+$ mit gleich vielen Nullen wie Einsen. Man gebe für diese Sprache eine kontextfreie Grammatik an. Beweisen Sie die Korrektheit und Vollständigkeit Ihrer Lösung!

Aufgabe 4

Konstruieren Sie zu dem grafisch angegebenen ε-NFA $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ einen äquivalenten NFA $\mathcal{M}'$. Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



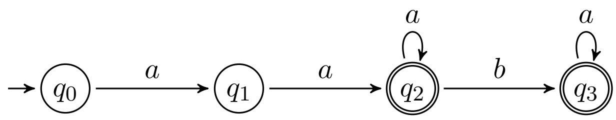
Aufgabe 5

Gegeben sind die Automaten

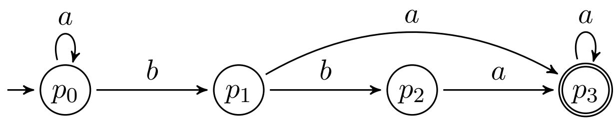
$$\mathcal{M}_1 = (\{q_0, \dots, q_3\}, \{a, b\}, \delta_1, \{q_0\}, \{q_2, q_3\}), \qquad \mathcal{M}_2 = (\{p_0, \dots, p_3\}, \{a, b\}, \delta_2, \{p_0\}, \{p_3\}),$$
$$\mathcal{M}_3 = (\{s_0, \dots, s_3\}, \{a, b\}, \delta_3, \{s_0\}, \{s_3\}) \text{ und } \quad \mathcal{M}_4 = (\{t_0, \dots, t_5\}, \{a, b\}, \delta_4, \{t_0\}, \{t_3, t_5\})$$

mit

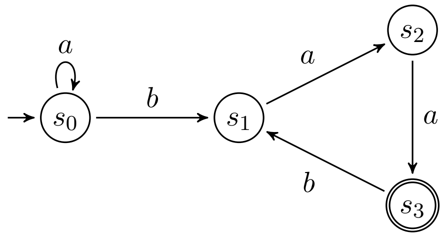
δ_1:



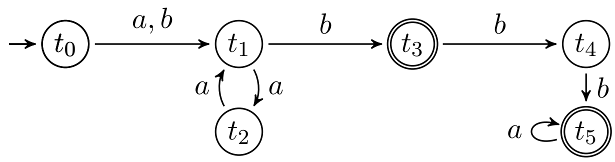
δ_2:



δ_3:



δ_4:



a) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_a$ mit $L(\mathcal{M}_a) = L(\mathcal{M}_1) \cap L(\mathcal{M}_2)$. Dabei dürfen Sie sich auf die vom Startzustand erreichbaren Zustände beschränken.

b) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_b$ mit $L(\mathcal{M}_b) = L(\mathcal{M}_1)^*$.

c) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_c$ mit $L(\mathcal{M}_c) = L(\mathcal{M}_3) \cup L(\mathcal{M}_4)$.

d) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_d$ mit $L(\mathcal{M}_d) = L(\mathcal{M}_3) \circ L(\mathcal{M}_4)$.