

## Formale Systeme

### 12. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch  
Woche vom 19.–25. Januar 2026

Dr. Stephan Mennicke  
Wintersemester 2025/26

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

#### Aufgabe zur Selbstkontrolle

- S20) Zeigen Sie: Wenn es möglich ist, für zwei beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren, so ist es auch möglich, für beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie die leere Sprache akzeptieren.
- S21) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Jedes LOOP-Programm terminiert.
  - Zu jedem WHILE-Programm gibt es ein äquivalentes LOOP-Programm.
  - Die Anzahl der Ausführungen von  $P$  in der LOOP-Schleife

LOOP  $x_i$  DO  $P$  END

kann beeinflusst werden, indem  $x_i$  in  $P$  entsprechend modifiziert wird.

- Die Ackermannfunktion ist total und damit LOOP-berechenbar.

#### Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Sprachen Aufzähler an:

- $L_1 = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$ , wobei die Ausgabe unär kodiert sein soll,
- $L_2 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

#### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen  $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  LOOP-berechenbar sind:

- $f(x, y) := \max(x - y, 0)$
- $f(x, y) := x \cdot y$
- $f(x, y) := \max(x, y)$
- $f(x, y) := \text{ggT}(x, y)$ , wobei  $\text{ggT}(x, y)$  den größten gemeinsamen Teiler von  $x$  und  $y$  bezeichnet.

Nutzen Sie gern den Online-Interpreter unter  
<https://tools.iccl.inf.tu-dresden.de/while/> und testen Sie Ihre LOOP-Programme dort auch auf mögliche Randfälle.

### Aufgabe 3

Mit  $\text{kgV}(x_1, x_2)$  bezeichnen wir das kleinste gemeinsame Vielfache zweier natürlicher Zahlen  $x_1$  und  $x_2$ , wobei  $\text{kgV}(0, 0) = 0$  annehmen.

- a) Geben Sie ein WHILE-Programm an, das die Funktion  $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, (x_1, x_2) \mapsto \text{kgV}(x_1, x_2)$  berechnet und erklären Sie seine Arbeitsweise.
- b) Ist  $f$  auch LOOP-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.