

Formale Systeme

12. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch
Woche vom 19.–25. Januar 2026

Dr. Stephan Mennicke
Wintersemester 2025/26

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S20) Zeigen Sie: Wenn es möglich ist, für zwei beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren, so ist es auch möglich, für beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie die leere Sprache akzeptieren.

S21) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) Jedes LOOP-Programm terminiert.
- (b) Zu jedem WHILE-Programm gibt es ein äquivalentes LOOP-Programm.
- (c) Die Anzahl der Ausführungen von P in der LOOP-Schleife

LOOP x_i DO P END

kann beeinflusst werden, indem x_i in P entsprechend modifiziert wird.

- (d) Die Ackermannfunktion ist total und damit LOOP-berechenbar.

Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Sprachen Aufzähler an:

- a) $L_1 = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei die Ausgabe unär kodiert sein soll,
- b) $L_2 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ LOOP-berechenbar sind:

- a) $f(x, y) := \max(x - y, 0)$
- b) $f(x, y) := x \cdot y$
- c) $f(x, y) := \max(x, y)$
- d) $f(x, y) := \text{ggT}(x, y)$, wobei $\text{ggT}(x, y)$ den größten gemeinsamen Teiler von x und y bezeichnet.

Nutzen Sie gern den Online-Interpreter unter <https://tools.iccl.inf.tu-dresden.de/while/> und testen Sie Ihre LOOP-Programme dort auch auf mögliche Randfälle.

Aufgabe 3

Mit $\text{kgV}(x_1, x_2)$ bezeichnen wir das kleinste gemeinsame Vielfache zweier natürlicher Zahlen x_1 und x_2 , wobei $\text{kgV}(0, 0) = 0$ annehmen.

- a) Geben Sie ein WHILE-Programm an, das die Funktion $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, (x_1, x_2) \mapsto \text{kgV}(x_1, x_2)$ berechnet und erklären Sie seine Arbeitsweise.
- b) Ist f auch LOOP-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.