

4 Komplexitätsklasse NP

4.1 Aussagen über NP-Vollständigkeit

Stimmen folgende Behauptungen?

- Wenn L_1 in NP liegt und $L_1 \leq_p L_2$ gilt, dann liegt auch L_2 in NP.
- Wenn L_2 in NP liegt und $L_1 \leq_p L_2$ gilt, dann liegt auch L_1 in NP.
- Wenn L_1 NP-vollständig ist und $L_1 \leq_p L_2$ gilt, dann ist auch L_2 NP-vollständig.
- Wenn L_2 NP-vollständig ist und $L_1 \leq_p L_2$ gilt, dann ist auch L_1 NP-vollständig.

4.2 Charakterisierung der Klasse NP

Sei $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ eine binäre Relation.

- R ist *polynomiell entscheidbar* g.d.w. es eine deterministische Turingmaschine gibt, die die Sprache $\{x; y \mid (x, y) \in R\}$ in polynomieller Zeit entscheidet.
- R ist *polynomiell balanciert* g.d.w. es existiert ein $k \geq 1$ sodass $(x, y) \in R \implies |y| \leq |x|^k$.

Beweisen Sie folgende Aussage:

Sei $L \subseteq \Sigma^*$. $L \in NP$ g.d.w. es eine polynomiell entscheidbare und polynomiell balancierte Relation R gibt, sodass $L = \{x \mid \text{es existiert } y \in \Sigma^* \text{ mit } (x, y) \in R\}$.

4.3 SAT liegt in NP

Zeigen Sie mit Hilfe der Aussage in Aufgabe 4.2, dass SAT in NP liegt.

4.4 NAE-3SAT ist in NP

NAE steht für "Not All Equal" – wir fordern also für ein 3SAT-Problem zusätzlich, dass die 3 Literale einer Klausel nicht den selben Wahrheitswert haben dürfen.

Zeigen Sie, dass NAE-3SAT in NP liegt, indem Sie es auf SAT reduzieren.

4.5 MaxSAT ist NP-Vollständig

Geben sei die folgende Sprache:

$MaxSAT = \{(F, k) \mid \text{es existiert eine Interpretation } I, \text{ sodass } k \text{ Klauseln in } F \text{ erfüllt werden}\}$

Zeigen Sie, dass MaxSAT NP-vollständig ist.