

Formale Systeme

12. Übungsblatt

Formale Systeme

6. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie für die folgende Sprache L einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$ an.

$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und}$

es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ucccv$ und

es gibt kein $u \in \Sigma^*$ mit $w = au\}$

***) Welche Sprachen $L(r_i)$ werden durch folgende reguläre Ausdrücke r_i beschrieben?

(a) $r_1 = (b(b)^* + (bb)^*a)$

(b) $r_2 = ((a)^*b(a(a)^*b)^*b(a+b)^*)$

(c) $r_3 = ((a)^* + (((a)^*(b+bb))(a(a)^*(b+bb))^*)(a)^*)$

Aufgabe 1

Untersuchen Sie folgende Quadrupel, ob sie eine Grammatik definieren. Geben Sie jeweils den maximalen Chomsky-Typ der Grammatik an und begründen Sie die Einordnung.

a) $G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S, A\}, \Sigma = \{a, b\},$
 $P = \{\varepsilon \rightarrow b, S \rightarrow Ab\}$

b) $G_2 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S\}, \Sigma = \{a, b\},$
 $P = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \varepsilon\}$

c) $G_3 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S, X, Y\}, \Sigma = \{a, b\},$
 $P = \{XY \rightarrow Y, S \rightarrow aYb, S \rightarrow XY, Y \rightarrow a\}$

d) $G_4 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S, X, Y\}, \Sigma = \{a, b\},$
 $P = \{S \rightarrow aY, X \rightarrow a, Y \rightarrow bS, Y \rightarrow b, Y \rightarrow bX\}$

e) $G_5 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S, X, Y, Z\}, \Sigma = \{a, b\},$
 $P = \{X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, S \rightarrow Y, Z \rightarrow a\}$

- f) $G_6 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
 $N = \{S, W, X, Y, Z\}$, $\Sigma = \{a, b\}$,
 $P = \{X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, S \rightarrow Y, S \rightarrow \varepsilon, Z \rightarrow a, W \rightarrow S\}$

Aufgabe 2

Gegeben sind die Grammatiken:

$$G_1 = (N, \Sigma, P, S) \text{ mit}$$

$$N = \{S, T\}, \Sigma = \{a, b\},$$

$$P = \{S \rightarrow aT, S \rightarrow \varepsilon, T \rightarrow Sb\}$$

$$G_2 = (N, \Sigma, P, S) \text{ mit}$$

$$N = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\},$$

$$P = \{S \rightarrow SAS, S \rightarrow SBBS, S \rightarrow \varepsilon, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}$$

$$G_3 = (N, \Sigma, P, S) \text{ mit}$$

$$N = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\},$$

$$P = \{S \rightarrow A, S \rightarrow \varepsilon, A \rightarrow ab, A \rightarrow aBb, aB \rightarrow aaBb, aB \rightarrow a\}$$

$$G_4 = (N, \Sigma, P, S) \text{ mit}$$

$$N = \{S, T\}, \Sigma = \{a, b\},$$

$$P = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow aTb, S \rightarrow \varepsilon, aTb \rightarrow T, aTb \rightarrow S\}.$$

Geben Sie zu jeder dieser Grammatiken G_k

- das maximale i an, so dass G_k eine Grammatik vom Typ- i ist und
- das maximale j an, so dass $L(G_k)$ eine Typ- j Sprache ist. Beschreiben Sie zuvor $L(G_k)$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Grammatik $G_0 = (\{S, T, U, V, R\}, \{a, b\}, P_0, S)$ mit

$$P_0 = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, S \rightarrow T, S \rightarrow R, T \rightarrow bbT, T \rightarrow U, U \rightarrow aaU,$$

$$U \rightarrow bbT, V \rightarrow bSa, R \rightarrow \varepsilon, R \rightarrow bSa\}$$

- Geben Sie zu G_0 alle nicht-terminierenden Symbole und nicht-erreichbaren Symbole an und geben Sie eine zu G_0 äquivalente reduzierte Grammatik G_1 an.
- Konstruieren Sie eine Grammatik G_2 mit $L(G_2) = L(G_1) \setminus \{\varepsilon\}$, die keine Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ für $A \in N$ enthält.
- Geben Sie eine zu G_1 äquivalente ε -freie Grammatik G_3 an. Erweitern Sie dazu, wenn nötig, die Grammatik G_2 um ein neues Startsymbol S_3 und entsprechende Regeln.
- Geben Sie zu G_3 eine äquivalente Grammatik G_4 an, die keine Produktionen der Form $A \rightarrow B$ mit Nichtterminalsymbolen A, B enthält.
- Geben Sie zu G_4 eine äquivalente Grammatik G_5 in Chomsky-Normalform an.