

Theoretische Informatik und Logik

12. Übungsblatt

Prof. Markus Krötzsch
Woche vom 20.–26. Juli 2026

Dr. Stephan Mennicke
Sommersemester 2026

Aufgabe 1

Wir betrachten das folgende Datalog-Programm P :

$$\begin{aligned} T(x) &\leftarrow e(x) \\ T(x) &\leftarrow a(x, y) \wedge T(y) \wedge b(x, z) \wedge T(z) \\ &e(1) \quad e(2) \quad e(6) \\ &a(3, 1) \quad a(4, 3) \quad a(5, 3) \quad a(7, 5) \\ &b(3, 2) \quad b(5, 3) \quad b(7, 6) \end{aligned}$$

- a) Geben Sie einen Ableitungsbaum für $T(5)$ an.
- b) Berechnen Sie die Mengen $T_P^0, T_P^1, T_P^2, \dots$. An welchem Punkt wird der Grenzwert erreicht?

Aufgabe 2

Sei $E \subseteq V \times V$ die Kantenrelation eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit (endlicher) Knotenmenge V . Weiter sei e das dazugehörige Datalog-Prädikat mit $e(v_1, v_2) \Leftrightarrow (v_1, v_2) \in E$ für alle $v_1, v_2 \in V$.

Formalisieren Sie die nachfolgenden Probleme als Datalog-Programme, d.h. geben Sie Regeln an, die für einen gegebenen Graphen eine Lösung für das jeweilige Problem liefern.

- a) Nicht-Terminiertheit: Alle Paare von Knoten, die über eine Kante miteinander verbunden sind, so dass der Knoten mit der eingehenden Kante wieder verlassen werden kann.
- b) Erreichbare Knoten: Alle Knoten, die von einem festen Startknoten s erreichbar sind.
- c) Alternative Wege: Alle Paare von Knoten, die sowohl über einen Weg der Länge eins als auch über einen Weg der Länge zwei verbunden sind.

Setzen Sie diese Aufgabe gern auch mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Tools Nemo um: <https://tools.iccl.inf.tu-dresden.de/nemo/>.

Aufgabe 3

Gegeben sind die binären Prädikate `spieltInstrument`, `vater`, `mutter` und `kind`, jeweils mit einer Infixbedeutung versehen (z. B. `vater( $x, y$ )` bedeutet, dass x den Vater y hat).

- Formulieren Sie ein Datalog-Program, das die binäre Relation „Familie“ (bspw. `familie`) mit der Bedeutung, dass x und y in der gleichen Familie sind, wenn x Vater, Mutter oder Kind von y ist.
- Gegeben seien die Konstanten `bach` und `orgel`, die den Musiker und Komponisten Johann Sebastian Bach und das Instrument Orgel repräsentieren. Formulieren Sie ein Datalog-Programm, das alle „Familienmitglieder“, die von Bach aus über Organisten erreichbar sind.

Hinweis: Zwei Familienmitglieder gehören zu einer Organistenfamilie (bspw. `organistenFamilie`), wenn sie (a) beide Orgel spielen oder (b) über eine Kette von Organistenfamilienmitgliedern miteinander verbunden sind. Teil (b) bedeutet, dass die Relation `organistenFamilie` transitiv ist.

Unter <https://tud.link/x26gqf> steht Ihnen ein Beispielprogramm in Nemo zur Verfügung, das Ihnen die binären Prädikate `spieltInstrument`, `vater`, `mutter` und `kind` aus dem Wikidata-Datensatz bereitstellt. Ebenso stehen Ihnen hier die genannten Konstanten als `$bach` und `$orgel` zur Verfügung. Testen Sie gern Ihre Überlegungen mit Hilfe von Nemo.

Aufgabe 4

Betrachten Sie das Beispielprogramm aus der Vorlesung 22, Folie 20, welches wir für Sie unter <https://tud.link/aj17gh> bereitgestellt haben.

- Erweitern Sie das Beispiel um eine Relation „Tante oder Onkel“ (bspw. `Tankel` oder `Onte`), wobei Sie den Infixoperator `!=` für die Ungleichheit verwenden dürfen.
- Entwickeln Sie die binäre Relation „gemeinsamer Vorfahr“ (bspw. `GemeinsamerVorfahre`) und geben Sie die dazugehörigen Regeln an. Der „kleinste gemeinsame Vorfahr“ ist derjenige Vorfahr, der am kürzesten von den beiden Knoten entfernt ist. Lässt sich dieser auch mit Datalog bestimmen? Begründen Sie Ihre Antwort.